

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO  
**Investigação Operacional II** - licenciatura MAEG – 2014/15

Data: 16 /06/2015

Época Normal

Duração: 2 horas

Nota: **Justifique todas as respostas.**

1. (6 valores) A tabela seguinte indica, relativamente a cada actividade de um projecto, as actividades imediatamente precedentes e a respectiva duração em semanas:

actividades	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
precedentes	-	-	-	A	A,B,C	C	D,E	E	E,F	E,F	H,I,J
duração	8	6	4	7	10	6	7	12	4	5	4

- a) (2,5 valores) *Desenhe a rede do projecto e determine e o respectivo caminho crítico;*
- b) (1,5 valores) *Depois de uma análise mais detalhada das actividades, conclui-se que a actividade E deve ser dividida em duas (seguidas), E1 e E2, cada uma com duração de 5 semanas, mas o início de G exige que apenas E1 esteja finalizada. Quais as consequências na rede e no caminho crítico?*
- c) (1,5 valores) *Suponha que as durações das actividades são v.a. com as respectivas médias e variâncias dada pelos valores referidos. Como há um compromisso de 40 semanas para entregar o projecto, determine a probabilidade de o não cumprir. Comente!*

2. O chefe de uma empresa de sistemas de informação suspeita que o seu operador de computadores utiliza o tempo de serviço o para jogar na net. Se o operador trabalha correctamente, ele gasta 6 unidades em esforço e produz um lucro bruto de 10 unidades. O chefe, por sua vez, pode fiscalizar, ou não, o trabalho do operador. Fiscalizar custa 4 unidades para a empresa. Se o operador for “apanhado” a jogar na internet, ele perde o seu salário de 8 unidades. Os dois jogadores escolhem as suas estratégias simultaneamente.

- a) (1,5 valores) *Formule o problema como um jogo de duas pessoas, indicando de que tipo de jogo se trata, bem como a matriz de ganhos dos jogadores;*
- b) (2 valores) *Determine, justificadamente, a estratégia recomendada para cada jogador, para o chefe da empresa e para o operador. Se não resolveu a alínea anterior, considere a seguinte matriz (chefe=jogador linha; trabalhador=jogador coluna):*

	Joga na Net	Trabalha
Fiscaliza	(-8; 2)	(-4; 4)
Não fiscaliza	(-10; 10)	(4; 4)

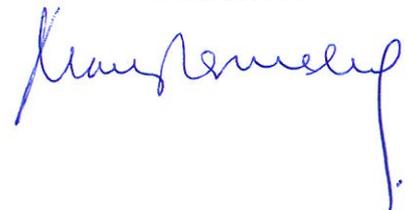
- c) (1 valor) *Comente a seguinte afirmação: “ num jogo cada jogador deve escolher a solução em que todos ganham o máximo ”.*
3. Um hospital para um determinado produto utiliza uma política que consiste em encomendar sempre a mesma quantidade. Cada unidade do produto custa 100€ no fornecedor. Para chegar ao hospital, o produto tem custos fixos de transporte de 500€ por

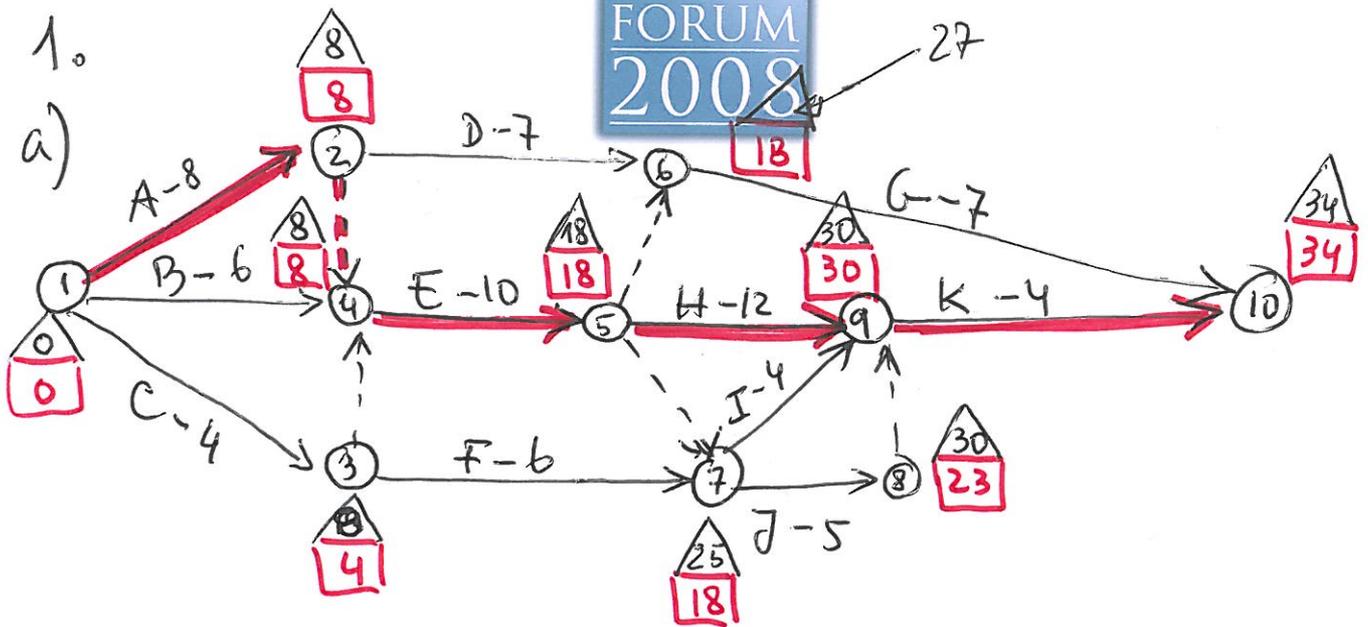
cada lote e mais 5€ por unidade transportada. Existem ainda custos administrativos de 400€ por cada encomenda. Ao entrar no hospital o produto é sujeito ao controle de qualidade, que custa 100€ por cada vez que o mesmo é feito mais 1€ por unidade. Cada encomenda demora 15 dias a chegar. Como se trata de um produto típico do hospital, se houver necessidade, o hospital faz compras de emergência a um laboratório, só que é necessário ir lá buscá-lo, o que custa 20€ por unidade e tem um custo de 130€, mas não sendo necessário ser submetido a controle. O custo de imobilização do capital é de 10% ao ano. Como estes produtos precisam de acondicionamento especial, cada unidade em sock durante um ano custa ainda 10 €. (considere 365 dias no ano)

- a) **(2 valores)** Sabendo que as necessidades diárias de produto são uma v.a. de poisson de média 5 e que por razões logísticas as encomendas não podem ultrapassar as 400 unidades, determine a política de aprovisionamento e o stock de segurança;
- b) **(3 valores)** Suponha que no caso de falta do produto, o hospital tem de assegurar a sua compra noutra laboratório ou noutra hospital da redondeza, mas desconhece o preço e restantes custos, podendo estes variarem muito (o produto tem de ser assegurado não havendo margem para negociar preços). Neste sentido, o hospital estabelece uma medida de segurança que consiste em ter no máximo quantidades em falta (ruptura) de 0,1% das necessidades anuais no seu sistema de funcionamento normal. Determine a política neste caso e compare com a anterior.
4. Navios chegam a um porto petrolífero de acordo com um processo de poisson de média 0,4 navios por dia (2 navios, em média de 5 em cinco dias). Este porto tem dois terminais, A e B. O terminal B é o mais recente e, por isso é o mais eficiente. Os navios que chegam são de tamanho pequeno (40%) e grande (60%). Um navio pequeno demora 3 dias a descarregar no terminal A e 2 dias no terminal B; um navio grande demora 4 dias no terminal A e 3 no terminal B. O atendimento é por ordem chegada (FIFO - First In First Out). Caso os dois terminais estejam vagos, escolhe-se o mais eficiente.
- a) **(4 valores)** Assume que o sistema começa com a chegada de um navio, e simule o funcionamento do sistema para os próximos 4 navios. Calcule o tempo de espera dos navios, tempo de ocupação dos terminais e tempo de inactividade;
- b) **(1 valor)** Explique como procederia se quisesse estudar a possibilidade de realizar um investimento para melhorar a eficiência do terminal A.

Utilize, os seguintes NPAs: Chegadas: 0,23; 0,87; 0,18; 0,48.  
Tamanho dos barcos: 0,55; 0,09; 0,22; 0,46; 0,63.

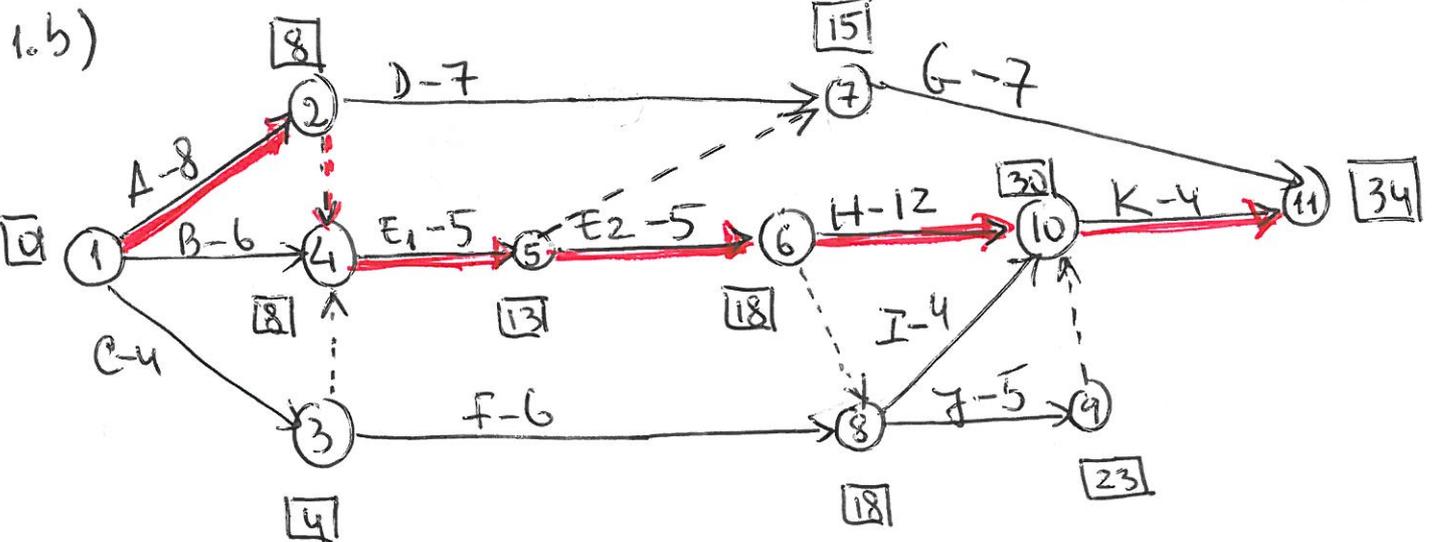
O Professor





M.T.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	0	2	4	12	0	15	9	0	8	7	0

Caminho Crítico = {A, E, H, K}  
 Duração Crítica = 34 semanas



A duração não se altera, tal como o caminho crítico. A única alteração é G poder começar depois de E, (13), isto é, mais cedo do que antes. Mas isto se mantém e G não faz parte do caminho crítico, a duração mantém-se.

c)  $\frac{T_c - 34}{\sqrt{34}} \sim N(0, 1)$

$P(T_c \leq 40) = P\left(\frac{T_c - \mu_c}{\sigma_c} \leq \frac{40 - 34}{\sqrt{34}}\right) \approx 85\% \Rightarrow$   
 $\Rightarrow P(T_c > 40) \approx 15\%$

2.

	Jog. Net	Trabalha
a) fiscal.	(-4; 0)	(-2; 2)
Não fiscal.	(-8; 8)	(2; 2)

Jogo de 2 pessoas de soma não constante.  
 Jogo finito, de informação completa  
 Jogo Estático. Jogo não cooperativo.

Matriz de ganhos do jogador. Não tem ponto equilíbrio (Nash) em estratégias puras

- b)
- $p$  - probabilidade de o chefe fiscalizar
  - $1-p$  - " " " não fiscalizar
  - $q$  - " " " empregado não trabalha
  - $1-q$  - " " " trabalha

Ganhos Esperados de Empresa:

- se fiscalizar :  $-4q - 2(1-q) = -2q - 2$
- se não fiscalizar :  $-8q + 2(1-q) = -10q + 2$

$-2q - 2 = -10q + 2 \Rightarrow 8q = 4 \Rightarrow q = 1/2$

$(q; 1-q) = (1/2; 1/2)$

Empregado trabalha com probabilidade de  $1/2$  e não trabalha com igual probabilidade, visto que a empresa fiscaliza se  $q > 1/2$  e não fiscaliza se  $q < 1/2$ .  $q = 1/2$  é o ponto em que é indiferente fiscalizar ou não.

• se não trabalhar (steim net)  $0p + 8(1-p) = -8p + 8$

• se trabalhar ;  $2p + 2(1-p) = 2$

$-8p + 8 = 2 \Rightarrow -8p = -6 \Rightarrow p = \frac{3}{4}$

$(p; 1-p) = (\frac{3}{4}; \frac{1}{4})$

Empresa fiscaliza com probabilidade  $\frac{3}{4}$  e não fiscaliza com probabilidade  $\frac{1}{4}$ , isto faz o empregado não trabalhar se  $p < \frac{3}{4}$  e trabalhar se  $p > \frac{3}{4}$  (indiferença em  $p = \frac{3}{4}$ )

c) A solução de equilíbrio <sup>(um cooperativo)</sup> é o ponto em que ninguém beneficia por mudar de estratégia

3.  $C = 100 + 5 + 1 = 106$

$D = 365 \times 5 = 1825$

$K = 500 + 400 + 100 = 1000$

$X_L \sim N(75; \sqrt{75})$

$L = 15 \text{ dias}$

$p = 130 + 20 - 100 - 5 - 1 = 44 \quad Q \leq 400$

$ie = 0,1 * 106 + 10 = 20,6$

a)  $Q_w = \sqrt{\frac{2 * 1000 * 1825}{20,6}} = 421 \Rightarrow Q^* = 400$

$H(z) = \frac{400 * 20,6}{400 * 20,6 + 44 * 1825} = 0,0931 \Rightarrow z = 86,4$

Modelo Vendas perdidas

$E[\text{Retornos}] = \sqrt{75} NL\left(\frac{86,5 - 75}{\sqrt{75}}\right) = 8,66 * NL(1,33)$   
 $= 8,66 * 0,04270 = 0,37$

$SS = 86,5 - 75 + 0,37 = 11,87$

$$b) \frac{E[\text{Ret.}] * \frac{\sigma}{Q}}{\sigma} \leq 0,001$$

$$E[\text{Ret.}] \leq 400 * 0,001$$

$$E[\text{Ret.}] \leq 0,4 \Rightarrow 8,66 \text{NL}\left(\frac{r-75}{8,66}\right) \leq 0,4$$

$$\text{NL}\left(\frac{r-75}{8,66}\right) \leq 0,0462 \Rightarrow \frac{r-75}{8,66} \geq 1,29 \Rightarrow r \geq \underline{\underline{86,2}}$$

$r$  deverá ser no mínimo 86,2. Assuma-se 86,2  
 no garantia o nível de serviço mínimo.

Política:  $Q = 400$

$r = 86,2$

$P(\text{rotura}) = H(r) = 99\%$

$E[\text{roturas}] = 0,4$

$p(\text{impulso}) \Rightarrow \frac{400 * 20,6}{400 * 20,6 + p * 1825} = 0,099$  (nível pedido)

$p(\text{impulso}) \approx 41,3$

S.S. =  $86,2 - 75 + 0,4 = 11,57$

Comentário: As políticas são praticamente idênticas

EN 2015

Cliente	Tempo	Acont	Fila	PIC	Pr. CH	Est. A	PSA	Est. B	PSB	Pr.Saída	Prox. Ac.	Tipo Acont
1	0,00	CHG	0	3,67	3,67	V	-	OG	3,00	3,00	3,00	Saída
	3,00	Saída	0	-	3,67	V	-	V	-	-	3,67	CHP
2	3,67	CHP	0	0,35	4,02	V	-	OP	5,67	5,67	4,02	CHP
3	4,02	CHP	0	4,29	8,31	OP	6,02	OP	5,67	5,67	5,67	Saída
	5,67	Saída	0	-	8,31	OP	6,02	V	-	6,02	6,02	Saída
	6,02	Saída	0	-	8,31	V	-	V	-	-	8,31	CHG
4	8,31	CHG	0	1,83	10,14	V	-	OG	11,31	11,31	10,14	CHG
5	10,14	CHG	0	-	-	OG	14,14	OG	11,31	11,31	11,31	Saída
	11,31	Saída	0	-	-	OG	14,14	V	-	14,14	14,14	Saída
	14,14	Saída	0	-	-	V	-	V	-	-	-	-

Chegada	NPA	Interv	Tamanho	NPA	Tempo A	Tempo B
1			Grande	0,55	4	3
2	0,23	3,674	Pequeno	0,09	3	2
3	0,87	0,348	Pequeno	0,22	3	2
4	0,18	4,287	Grande	0,46	4	3
5	0,48	1,835	Grande	0,63	4	3

Não se constituiu fila, não havendo esperas na fila; O terminal A teve 6 dias de ocupação e 8,14 dias desocupado; o terminal B esteve 8 dias ocupa e 6,14 dias desocupado.

